第６講　２次関数(2)

例題６－１

定義域が $0 \leqq x \leqq a$ である関数 $y=x^2-4x$ の最大値および最小値を，次の各場合について求めよ．

(1)　$0 \leqq a < 2$　(2)　$2 \leqq a < 4$　(3)　$a=4$　(4)　$4 < a$

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題６ー１

定義域が $1 \leqq x \leqq a$ である関数 $f(x)=-x^2+6x+5$ の最大値および最小値を，次の各場合について求めよ．

(1)　$1 \leqq a < 3$　　(2)　$3 \leqq a < 5$　　(3)　$a=5$　　(4)　$5 < a$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題６－２

関数 $y=x^2-2ax+1$ の $0\leqq x\leqq 2$ における最小値を，次の各場合について求めよ．

(1)　$a<0$　　(2)　$0\leqq a\leqq 2$　　(3)　$2<a$

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題6－2

関数 $f(x)=-2x^2+4ax+4a+1$ の $0 \leqq x \leqq 1$ における最大値を，次の各場合について求めよ．

(1)　$a<0$　　(2)　$0 \leqq a \leqq 1$　　(3)　$1<a$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題６－３

関数 $y=x^2-2ax+1$ の $0\leqq x\leqq 2$ における最大値を，次の各場合について求めよ．

(1)　$a<1$　　(2)　$a=1$　　(3)　$1<a$

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題６－３

関数 $f(x)=-2x^2+4ax+4a+1$ の $0\leqq x\leqq 4$ における最小値を，次の各場合について求めよ．

(1)　$a>2$　　(2)　$a=2$　　(3)　$a<2$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題６－４

次の条件を満たす２次関数の式を求めよ．

(1)　グラフの頂点が $(2,\ 1)$ で，点 $(1,\ 4)$ を通る．

(2)　放物線 $y=-2x^2$ を平行移動したもので，２点 $(1,\ 1)$，$(2,\ 3)$ を通る．

(3)　グラフが３点　$(-1,\ -3)$，$(1,\ 5)$，$(2,\ 3)$ を通る．

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題６－４

次の条件を満たす２次関数の式を求めよ．

(1)　$x=-2$ のとき最大値 5 をとり，グラフが点 $(2,\ -11)$ を通る．

(2)　放物線 $y=2x^2$ を平行移動したもので，グラフの軸が $x=-\dfrac{5}{2}$ であり，$x=-1$ のとき $y=5$．

(3)　グラフが 3 点 $(1,\ -1)$，$(2,\ 6)$，$(-3,\ -9)$ を通る．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第６講　２次関数(2)

(1)　２次関数 $y=x^2-2ax+2a+3$ の $0\leqq x\leqq 4$ における最小値は以下の通り.

$a<0$ のとき　[ア] $a+3$

$0\leqq a\leqq 4$ のとき　$-a^2+$ [イ] $a+$ [ウ]

$4<a$ のとき　$-$ [エ] $a+19$

(2)　２次関数 $f(x)=2x^2-4ax-3$ の $2\leqq x\leqq 4$ における最大値は以下の通り.

$a<3$ のとき　$-16a+$ [オカ]

$a=3$ のとき　[キクケ]

$3<a$ のとき　$-8a+$ [コ]

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第６講　２次関数(2)

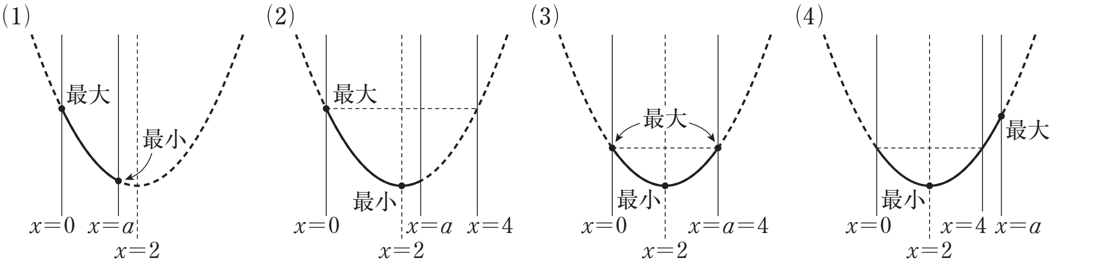
例題６－１

定義域が $0 \leqq x \leqq a$ である関数 $y=x^2-4x$ の最大値および最小値を，次の各場合について求めよ．

(1)　$0 \leqq a < 2$　　(2)　$2 \leqq a < 4$　　(3)　$a=4$　　(4)　$4<a$

$y=x^2-4x=(x-2)^2-4$　　軸　$x=2$

(1)～(4)のときのグラフは次の通り



(1)　$0 \leqq a < 2$ のとき

$x=0$ で最大値 0　　$x=a$ で最小値 a^2-4a

(2)　$2 \leqq a < 4$ のとき

$x=0$ で最大値 0　　$x=2$ で最小値 -4

(3)　$a=4$ のとき

$x=0,\ 4$ で最大値 0　　$x=2$ で最小値 -4

(4)　$4<a$ のとき

$x=a$ で最大値 a^2-4a　　$x=2$ で最小値 -4

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

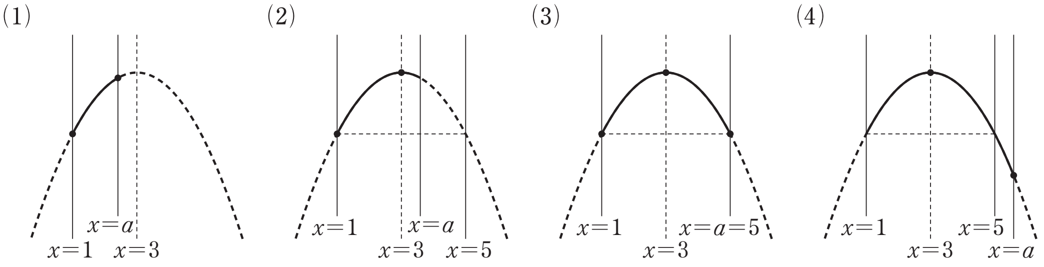
類題６－１

定義域が $1 \leqq x \leqq a$ である関数 $f(x)=-x^2+6x+5$ の最大値および最小値を，次の各場合について求めよ．

(1)　$1 \leqq a < 3$　　(2)　$3 \leqq a < 5$　　(3)　$a=5$　　(4)　$5 < a$

$f(x)=-x^2+6x+5=-(x-3)^2+14$　　軸　$x=3$

(1)〜(4)のときのグラフは次の通り



(1)　$1 \leqq a < 3$ のとき

最大値　$f(a)=\boldsymbol{-a^2+6a+5}$　　最小値　$f(1)=\mathbf{10}$

(2)　$3 \leqq a < 5$ のとき

最大値　$f(3)=\mathbf{14}$　　最小値　$f(1)=\mathbf{10}$

(3)　$a=5$ のとき

最大値　$f(3)=\mathbf{14}$　　最小値　$f(1)=f(5)=\mathbf{10}$

(4)　$5 < a$ のとき

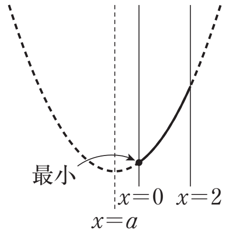
最大値　$f(3)=\mathbf{14}$　　最小値　$f(a)=\boldsymbol{-a^2+6a+5}$

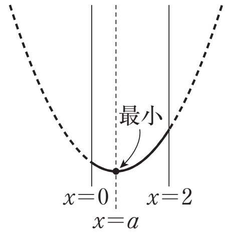
ⒸRECRUIT HOLDINGS

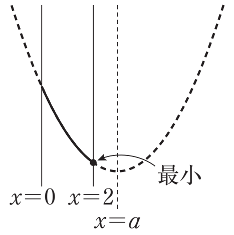
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題６－２
関数 $y=x^2-2ax+1$ の $0\leqq x\leqq 2$ における最小値を，次の各場合について求めよ．
(1)　$a<0$　　(2)　$0\leqq a\leqq 2$　　(3)　$2<a$

$y=x^2-2ax+1=(x-a)^2-a^2+1$　　軸　$x=a$
(1)〜(3)のときのグラフは次の通り

(1)


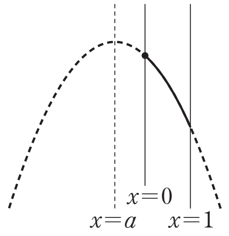
(2)


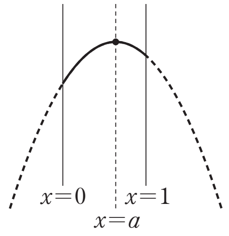
(3)


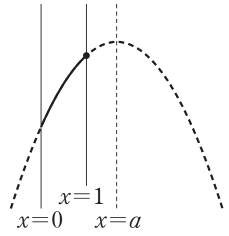
(1)　$a<0$ のとき　　最小値　**1**（$x=0$ のとき）
(2)　$0\leqq a\leqq 2$ のとき　最小値　$\boldsymbol{-a^2+1}$（$x=a$ のとき）
(3)　$2<a$ のとき　　最小値　$\boldsymbol{-4a+5}$（$x=2$ のとき）

類題６－２
関数 $f(x)=-2x^2+4ax+4a+1$ の $0\leqq x\leqq 1$ における最大値を，次の各場合について求めよ．
(1)　$a<0$　　(2)　$0\leqq a\leqq 1$　　(3)　$1<a$

$f(x)=-2x^2+4ax+4a+1=-2(x-a)^2+2a^2+4a+1$　　軸　$x=a$
(1)〜(3)のときのグラフは次の通り

(1)


(2)


(3)


(1)　$a<0$ のとき　　最大値　$f(0)=\boldsymbol{4a+1}$
(2)　$0\leqq a\leqq 1$ のとき　　最大値　$f(a)=\boldsymbol{2a^2+4a+1}$
(3)　$1<a$ のとき　　最大値　$f(1)=\boldsymbol{8a-1}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題６－３

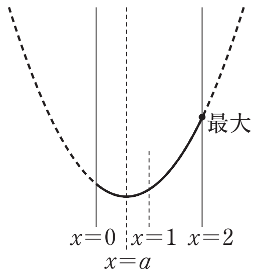
関数 $y=x^2-2ax+1$ の $0\leqq x\leqq 2$ における最大値を，次の各場合について求めよ．

(1)　$a<1$　　(2)　$a=1$　　(3)　$1<a$

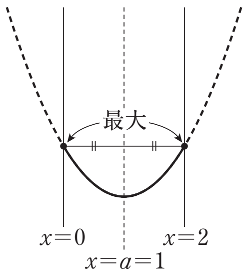
$y=x^2-2ax+1=(x-a)^2-a^2+1$　　軸　$x=a$

(1)～(3)のときのグラフは次の通り

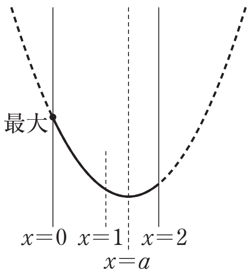
(1)



(2)



(3)



(1)　$a<1$ のとき　　最大値　$\boldsymbol{-4a+5}$（$x=2$ のとき）

(2)　$a=1$ のとき　　最大値　$\mathbf{1}$（$x=0$，2 のとき）

(3)　$1<a$ のとき　　最大値　$\mathbf{1}$（$x=0$ のとき）

類題６－３

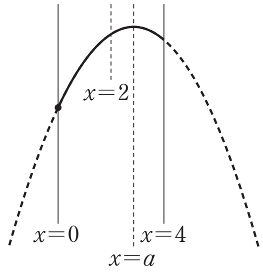
関数 $f(x)=-2x^2+4ax+4a+1$ の $0\leqq x\leqq 4$ における最小値を，次の各場合について求めよ．

(1)　$a>2$　　(2)　$a=2$　　(3)　$a<2$

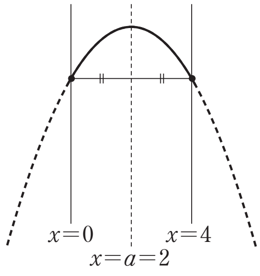
$f(x)=-2x^2+4ax+4a+1=-2(x-a)^2+2a^2+4a+1$　　軸　$x=a$

(1)～(3)のときのグラフは次の通り

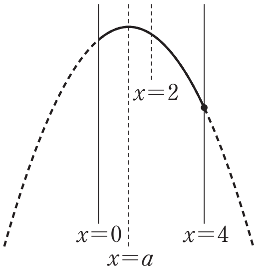
(1)



(2)



(3)



(1)　$a>2$ のとき　　最小値　$f(0)=\boldsymbol{4a+1}$

(2)　$a=2$ のとき　　最小値　$f(0)=f(4)=\mathbf{9}$

(3)　$a<2$ のとき　　最小値　$f(4)=\boldsymbol{20a-31}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題６－４

次の条件を満たす２次関数の式を求めよ.

(1)　グラフの頂点が $(2,\ 1)$ で，点 $(1,\ 4)$ を通る.

(2)　放物線 $y=-2x^2$ を平行移動したもので，２点 $(1,\ 1)$，$(2,\ 3)$ を通る.

(3)　グラフが３点　$(-1,\ -3)$，$(1,\ 5)$，$(2,\ 3)$ を通る.

(1)　頂点が $(2,\ 1)$ より，求める２次関数の式は $y=a(x-2)^2+1$　とおける.

このグラフが点 $(1,\ 4)$ を通るので　$4=a(1-2)^2+1$　$a=3$

よって　$\boldsymbol{y=3(x-2)^2+1}$　$(y=3x^2-12x+13)$

(2)　求める２次関数は放物線 $y=-2x^2$ を平行移動したものであるので

$y=-2x^2+bx+c$　とおける.

このグラフが２点 $(1,\ 1)$，$(2,\ 3)$ を通るので

$1=-2+b+c$　かつ　$3=-8+2b+c$　つまり　$b+c=3$　かつ　$2b+c=11$

よって　$b=8,\ c=-5$　したがって　$\boldsymbol{y=-2x^2+8x-5}$

(3)　求める２次関数を　$y=ax^2+bx+c$　とおく.

このグラフが３点 $(-1,\ -3)$，$(1,\ 5)$，$(2,\ 3)$ を通るので

$-3=a-b+c$　……①　$5=a+b+c$　……②　$3=4a+2b+c$　……③

②－①より　$2b=8$　$b=4$

このとき①より　$a+c=1$　③より　$4a+c=-5$

これらより　$a=-2,\ c=3$

よって　$\boldsymbol{y=-2x^2+4x+3}$

類題６－４

次の条件を満たす２次関数の式を求めよ.

(1)　$x=-2$ のとき最大値５をとり，グラフが点 $(2,\ -11)$ を通る.

(2)　放物線 $y=2x^2$ を平行移動したもので，グラフの軸が $x=-\dfrac{5}{2}$ であり，$x=-1$ のとき $y=5$.

(3)　グラフが３点 $(1,\ -1)$，$(2,\ 6)$，$(-3,\ -9)$ を通る.

(1)　$x=-2$ のとき最大値５をとるので，求める２次関数の式は $y=a(x+2)^2+5$　$(a<0)$ とおける.

このグラフが $(2,\ -11)$ を通るので　$-11=a(2+2)^2+5$　$16a=-16$　$a=-1$

よって　$\boldsymbol{y=-(x+2)^2+5}$　$(y=-x^2-4x+1)$

(2)　求める２次関数は放物線 $y=2x^2$ を平行移動したものであり，グラフの軸が $x=-\dfrac{5}{2}$ より　$y=2\left(x+\dfrac{5}{2}\right)^2+q$　とおける.

ⓒRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

$x=-1$ のとき $y=5$ より　$5=2\left(-1+\dfrac{5}{2}\right)^2+q$　　$q=\dfrac{1}{2}$

よって　$\boldsymbol{y=2\left(x+\dfrac{5}{2}\right)^2+\dfrac{1}{2}}$　$(y=2x^2+10x+13)$

(3)　求める２次関数を　$y=ax^2+bx+c$　とおく.

このグラフが３点 $(1,\ -1)$，$(2,\ 6)$，$(-3,\ -9)$ を通るので

$-1=a+b+c$　……①　　$6=4a+2b+c$　……②　　$-9=9a-3b+c$　……③

②−①より　$3a+b=7$

③−①より　$8a-4b=-8$　つまり　$2a-b=-2$

これらより　$a=1,\ b=4$　　このとき　$c=-6$

よって　$\boldsymbol{y=x^2+4x-6}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第６講　２次関数(2)

(1)　2 次関数 $y=x^2-2ax+2a+3$ の $0 \leqq x \leqq 4$ における最小値は以下の通り．

$a<0$ のとき　［ア］$a+3$

$0 \leqq a \leqq 4$ のとき　$-a^2+$［イ］$a+$［ウ］

$4<a$ のとき　$-$［エ］$a+19$

(2)　2 次関数 $f(x)=2x^2-4ax-3$ の $2 \leqq x \leqq 4$ における最大値は以下の通り．

$a<3$ のとき　$-16a+$［オカ］

$a=3$ のとき　［キクケ］

$3<a$ のとき　$-8a+$［コ］

解答例

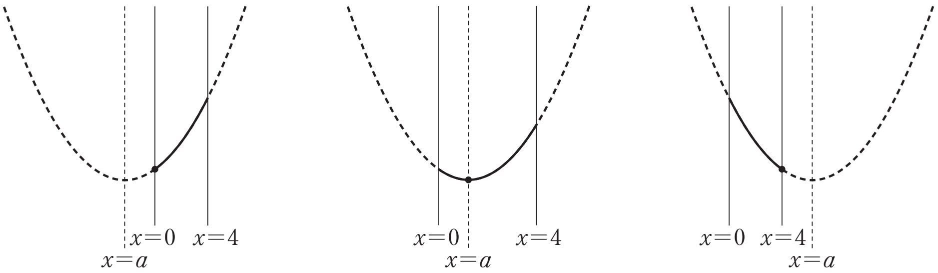
(1)　$y=x^2-2ax+2a+3=(x-a)^2-a^2+2a+3$　　軸　$x=a$

$a<0$ のとき　　最小値　$\mathbf{2}a+3$（$x=0$ のとき）

$0 \leqq a \leqq 4$ のとき　最小値　$-a^2+\mathbf{2}a+\mathbf{3}$（$x=a$ のとき）

$4<a$ のとき　　最小値　$-\mathbf{6}a+19$（$x=4$ のとき）

（参考図）　$a<0$ のとき　　　$0 \leqq a \leqq 4$ のとき　　　$4<a$ のとき



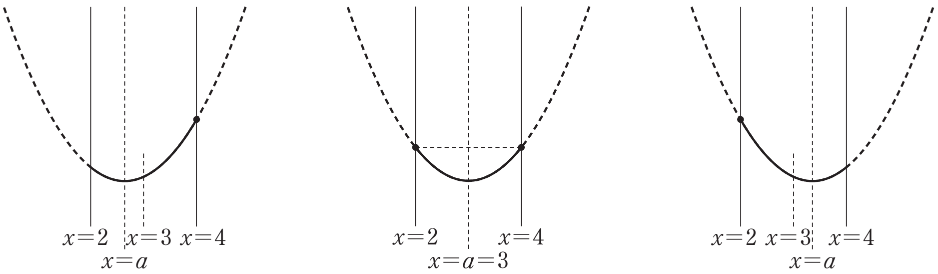
(2)　$f(x)=2x^2-4ax-3=2(x-a)^2-2a^2-3$　　軸　$x=a$

$a<3$ のとき　最大値　$f(4)=-16a+\mathbf{29}$

$a=3$ のとき　最大値　$f(2)=f(4)=\mathbf{-19}$

$3<a$ のとき　最大値　$f(2)=-8a+\mathbf{5}$

（参考図）　$a<3$ のとき　　　$a=3$ のとき　　　$3<a$ のとき



ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。